

## Занятие №2 Системы счисления.

### Непозиционные и позиционные системы счисления

Подумайте, сколькими разными способами можно записать число «десять». Один способ уже представлен в предыдущем предложении. Можно назвать еще достаточно много способов написания этого числа: 10, X, ten и т.д. Очевидно, что от написания названия числа его значение – «вес» – не изменяется. Следовательно, под *числом* понимается его величина, а не его символьная запись. Понятие числа – фундаментальное понятие, как математики, так и информатики. Символы, при помощи которых записывается число, называются *цифрами*.

*Под системой счисления принято называть совокупность приемов обозначения (записи) чисел.* Различают позиционные и непозиционные системы счисления.

Непозиционная система счисления – система счисления, в которой для обозначения чисел вводятся специальные знаки, количественное значение которых («вес» символа) всегда одинаково и не зависит от их места в записи числа. Самым известным примером непозиционной системы счисления является римская система счисления. В римской системе счисления для записи числа в качестве цифр используются буквы латинского алфавита.

I – 1      V – 5      X – 10      L – 50      C – 100      D – 500      M – 1000

Для записи чисел в римской системе используются два правила:

- 1) каждый меньший знак, поставленный слева от большего, вычитается из него;
- 2) каждый меньший знак, поставленный справа от большего, прибавляется к нему.

$$III = 1+1+1=3$$

$$IV = -1+5 = 4$$

$$VI = 5+1 = 6$$

$$XL = -10+50 = 40$$

$$LX = 50+10 = 60$$

$$XC = -10+100 = 90$$

$$CIX = 100-1+10 = 109$$

$$MCMXCVIII = 1000-100+1000-10+100+5+1+1+1=1998$$

В Древней Руси использовали **кириллическую систему счисления**, основанную как и римская система счисления на алфавитной записи чисел с использованием кириллицы или глаголицы. Для того чтобы отличать числа от букв над числами ставили знак «титло». (см. рисунок)

Более подробно о записи чисел можно узнать по адресу:

[http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0\\_%D1%81%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0_%D1%81%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F)

1	2	3	4	5	6	7	8	9
·ā·	·в·	·г·	·д·	·е·	·с·	·з·	·и·	·ѡ·
10	20	30	40	50	60	70	80	90
·і·	·к·	·л·	·м·	·н·	·ѣ·	·ѡ·	·п·	·ч·
100	200	300	400	500	600	700	800	900
·р·	·ѡ·	·т·	·ѡ·	·ѡ·	·х·	·ѡ·	·ѡ·	·п·
11	12	13	14	15	16	17	18	19
·аі·	·ві·	·гі·	·ді·	·еі·	·сі·	·зі·	·иі·	·ѡі·
222	319	431	988					
·ѡѡѡ·	·тѡі·	·ѡла·	·ѡпн·					
222	319	431	988					
1000	2000	20000	43000					
·а·	·в·	·к·	·лѡг·					
10000	300000	4000000	80000000					
·а·	·і·	·а·	·и·					

## Обозначение чисел у разных народов мира.

Совре- менная	Египетс- кая (иерогли- фы)	Египетс- кая (иерогли- фы)	Вавилон- ская	Греческая (аттический- кая)	Греческая (ионичес- кая)	Римская	Древневе- льская	Индийце мая	Древнеки- тайская (палочк.)	Древнеки- тайская (иерогли- фы)	Индийск. (двана- гари)	Арабская (алфавит)	Арабская (совре- менная)	Арабская (гоблри)
1	Ⅰ	Ⅰ	𐎠	Α	Α	I	𐌰	•	一	一	1	1	1	1
2	Ⅱ	Ⅱ	𐎠𐎠	Β	Β	II	𐌰𐌰	••	二	二	2	2	2	2
3	Ⅲ	Ⅲ	𐎠𐎠𐎠	Γ	Γ	III	𐌰𐌰𐌰	•••	三	三	3	3	3	3
4	Ⅳ	4	𐎠𐎠𐎠𐎠	Δ	Δ	IIII	𐌰𐌰𐌰𐌰	••••	四	四	4	4	4	4
5	Ⅴ	5	𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠	Ε	Ε	V	𐌰𐌰𐌰𐌰𐌰	—	五	五	5	5	5	5
6	Ⅵ	6	𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠	Ϝ	Ϝ	VI	𐌰𐌰𐌰𐌰𐌰𐌰	•	六	六	6	6	6	6
7	Ⅶ	7	𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠	Ζ	Ζ	VII	𐌰𐌰𐌰𐌰𐌰𐌰𐌰	••	七	七	7	7	7	7
8	Ⅷ	8	𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠	Η	Η	VIII	𐌰𐌰𐌰𐌰𐌰𐌰𐌰𐌰	•••	八	八	8	8	8	8
9	Ⅸ	9	𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠	Θ	Θ	IX	𐌰𐌰𐌰𐌰𐌰𐌰𐌰𐌰𐌰	••••	九	九	9	9	9	9
10	Ⅹ	10	𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠	Ι	Ι	X	—		十	十	10	10	10	10
20	Ⅻ	20	𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠	Κ	Κ	XX	𐌰𐌰	•	二十	二十	20	20	20	20
30	Ⅼ	30	𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠	Λ	Λ	XXX	𐌰𐌰𐌰	••	三十	三十	30	30	30	30
40	Ⅽ	40	𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠	Μ	Μ	XL	𐌰𐌰𐌰𐌰	•••	四十	四十	40	40	40	40
50	Ⅾ	50	𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠	Ν	Ν	L	𐌰𐌰𐌰𐌰𐌰	••••	五十	五十	50	50	50	50
60	Ⅿ	60	𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠	Ξ	Ξ	LX	𐌰𐌰𐌰𐌰𐌰𐌰	•••••	六十	六十	60	60	60	60
70	ⅰ	70	𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠	Ο	Ο	LXX	𐌰𐌰𐌰𐌰𐌰𐌰𐌰	••••••	七十	七十	70	70	70	70
80	ⅱ	80	𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠	Π	Π	LXXX	𐌰𐌰𐌰𐌰𐌰𐌰𐌰𐌰	•••••••	八十	八十	80	80	80	80
90	ⅲ	90	𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠	Ρ	Ρ	XC	𐌰𐌰𐌰𐌰𐌰𐌰𐌰𐌰𐌰	••••••••	九十	九十	90	90	90	90
100	ⅳ	100	𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠	Η	Ρ	C	𐌰		百	百	100	100	100	100
200	ⅴ	200	𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠	ΗΗ	Σ	CC	𐌰𐌰		二百	二百	200	200	200	200
300	ⅵ	300	𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠	ΗΗΗ	Τ	CCC	𐌰𐌰𐌰		三百	三百	300	300	300	300
400	ⅶ	400	𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠	ΗΗΗΗ	Υ	CD	𐌰𐌰𐌰𐌰		四百	四百	400	400	400	400
500	ⅷ	500	𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠	Ρ	Φ	D	𐌰		五百	五百	500	500	500	500
600	ⅸ	600	𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠	ΡΗ	Χ	DC	𐌰𐌰		六百	六百	600	600	600	600
700	ⅹ	700	𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠	ΡΗΗ	Ψ	DCC	𐌰𐌰𐌰		七百	七百	700	700	700	700
800	ⅺ	800	𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠	ΡΗΗΗ	Ω	DCCC	𐌰𐌰𐌰𐌰		八百	八百	800	800	800	800
900	ⅻ	900	𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠𐎠	ΡΗΗΗΗ	Α	CM	𐌰𐌰𐌰		九百	九百	900	900	900	900

## Позиционный принцип в системе счисления

Позиционной системой счисления называется система счисления, в которой значение каждой цифры в изображении числа зависит от ее положения в ряду других цифр, изображающих число.

Положение, занимаемой цифрой при письменном обозначении числа называется разрядом.

Наша, естественная система счисления – десятичная – является позиционной. Это значит, что в числе 1972, цифра «1» – обозначает одну тысячу. Эта цифра стоит в позиции третьего разряда. Цифра «9» – девять сотен, второй разряд. Цифра «7» – семь десятков, первый разряд. А «2» – две единиц, нулевой разряд. Распишем вышесказанное в виде математической формулы:

$$1972=1000+900+70+2=1\cdot 1000+9\cdot 100+7\cdot 10+2\cdot 1=1\cdot 10^3+9\cdot 10^2+7\cdot 10^1+2\cdot 10^0$$

Мы получили **развернутую запись числа**. В повседневной жизни мы пользуемся краткой записью чисел. Попробуем аналогично записать дробное число:

$$4235,612=4\cdot 10^3+2\cdot 10^2+3\cdot 10^1+5\cdot 10^0+6\cdot 10^{-1}+1\cdot 10^{-2}+2\cdot 10^{-3}$$

Очевидно, что в десятичной системе счисления числа  $10^n$ , где  $n$   $(-\infty; +\infty)$  номер разряда, играют ключевую роль в формировании записи числа. Эти числа называются *базисом десятичной системы счисления*. Число 10 для нашей десятичной системы счисления является ее *основанием*. Оно показывает, что каждые *десять* единиц образуют один десяток, *десять* десятков образуют одну сотню, *десять* сотен образуют одну тысячу и т.д. В общем случае, для десятичной системы счисления, каждые десять единиц любого разряда образуют одну единицу соседнего, более старшего разряда.

*Базис системы счисления* — это последовательность ключевых чисел, каждое из которых задает значение цифры в ее позиции или «вес» каждого разряда.

Выбирая за *основание системы счисления* любое натуральное число  $k$ , то есть, считая, что  $k$  единиц любого разряда образует одну единицу соседнего более крупного разряда, приходим к так называемой *k-ичной системе счисления*.

Если  $k < 10$ , то цифры от  $k$  до 9 становятся лишними. Если  $k > 10$ , то для чисел от 10 до  $k-1$  включительно надо придумать специальные обозначения цифр. Для 16-ричной системы счисления:

$$10_{10} \text{ — } A_{16}$$

$$11_{10} \text{ — } B_{16}$$

$$12_{10} \text{ — } C_{16}$$

$$13_{10} \text{ — } D_{16}$$

$$14_{10} \text{ — } E_{16}$$

$$15_{10} \text{ — } F_{16}$$

Базис двоичной системы счисления:  $\dots, 2^{-n}, \dots, 2^{-2}, 2^{-1}, 1, 2, 4, 8, 16, \dots, 2^n, \dots$

Базис восьмеричной системы счисления:  $\dots, 8^{-n}, \dots, 8^{-2}, 8^{-1}, 1, 8, 64, 512, \dots, 8^n, \dots$

Здесь числа 2 и 8 будут называться основанием системы счисления.

## Практическая часть.

1. Записать день месяц и год своего рождения римскими и кириллическими числами.
2. Произвести арифметические действия(-,+;,:) с числами 72 и 12 в римской системе счисления.
3. Записать развернутую запись десятичных чисел: 1234,0561 и 50023,0028;
  - а) двоичных чисел:  $1100101,11_2$  и  $100010,101_2$
  - б) 16-ричных чисел:  $159,А6_{16}$  и  $28ВС, F5_{16}$

**Решения задач жду по адресу: [yaro4kin72@yandex.ru](mailto:yaro4kin72@yandex.ru)** (в письме указать Ф.И. и класс).