

Занятие №3

Связь между системами счисления.

Перевод чисел из n-й системы счисления в десятичную.

Сегодня мы научимся переводить числа из любой (2-й, 3-й, ..., 16-й) позиционной системы счисления в десятичную систему счисления. Для этого нам понадобится вспомнить материал прошлого занятия, на котором мы с вами научились записывать числа в развернутом виде. Возьмем двоичное число и попробуем записать его в развернутом виде:

$$11011,101_2 = (1 \cdot 10^{10} + 1 \cdot 10^{11} + 0 \cdot 10^{10} + 1 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0 + 1 \cdot 10^{-1} + 0 \cdot 10^{-10} + 1 \cdot 10^{-11})_2 = \\ = (1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3})_{10} = 16 + 8 + 0 + 2 + 1 + 1/2 + 0 + 1/8 = 27,625$$

Оказывается, записав число в развернутом виде и выполнив сложение, мы получили десятичное число, которое равно нашему двоичному числу, т.е. мы осуществили перевод числа из двоичной системы счисления в десятичную.

Попробуем проделать те же самые действия с числом в восьмеричной и 16-ной системе счисления:

$$147,24_8 = (1 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0 + 2 \cdot 8^{-1} + 4 \cdot 8^{-2})_{10} = 64 + 32 + 7 + 2/8 + 4/64 = 103,1875$$

$$28B,C_{16} = (2 \cdot 16^2 + 8 \cdot 16^1 + 11 \cdot 16^0 + 12 \cdot 16^{-1})_{10} = 512 + 128 + 11 + 12/16 = 651,75$$

Следовательно, общий алгоритм перевода из любой позиционной системы счисления в десятичную может звучать следующим образом:

Для того чтобы исходное число A_q заменить равным ему десятичным числом B , достаточно записать исходное число A_q в развернутой форме по правилам десятичной арифметики, а затем вычислить.

Но этот алгоритм можно сделать более удобным для вычисления. Для вычисления целой части можно применить **схему Горнера**. Она широко используется в вычислительной математике, и разложение с помощью этой схемы будет выглядеть следующим образом:

$$11011100_2 = ((((((1 \cdot 2 + 1) \cdot 2 + 0) \cdot 2 + 1) \cdot 2 + 1) \cdot 2 + 1) \cdot 2 + 0) \cdot 2 + 0)_{10} = 220$$

$$E32A_{16} = (((14 \cdot 16 + 3) \cdot 16 + 2) \cdot 16 + 10)_{10} = 58154$$

Запишем правило для целых чисел в общем случае.

Для того чтобы исходное целое число A_q заменить равным ему целым десятичным числом B , достаточно цифру старшего разряда числа A_q умножить по правилам десятичной арифметики на старое основание q . К полученному произведению прибавить цифру следующего разряда числа A_q . Полученную сумму вновь умножить на q , вновь к полученному произведению прибавляют цифру следующего (более младшего) разряда. Так поступают до тех пор, пока не будет прибавлена младшая цифра числа A_q . Полученное число и будет искомым десятичным числом B .

Подобным образом можно облегчить вычисление дробной части числа, используя схему Горнера.

Например,

$$0,0111_2 = (((1:2+1):2+1):2+0):2 = 0,4375$$

$$0,1254_8 = (((6:8+7):8+2):8+1):8 =$$

Запишем правило для дробей в общем случае.

Для того чтобы исходную правильную дробь θ, A_q заменить равной ей десятичной дробью θ, B , нужно цифру младшего разряда разделить на основание q по правилам десятичной арифметики. К полученному частному прибавить цифру следующего (более старшего) разряда и далее поступать так же, как и с первой цифрой. Эти операции продолжать до тех пор, пока не будет прибавлена цифра старшего разряда исходной дроби. После этого полученную сумму разделить еще раз на q .

Практическая часть.

1. Перевести следующие числа в десятичную систему счисления:

а) $1110110,1111_2 = ?$

б) $124,05_7 = ?$

в) $507,002_8 = ?$

г) $2CE,F5_{16} = ?$

2. Перевести следующие числа в десятичную систему счисления, используя схему Горнера:

а) $12324_5 = ?$

б) $0,A6F_{16} = ?$

в) $2457,24_8 = ?$

Решения задач жду по адресу: yaro4kin72@yandex.ru (в письме указать Ф.И. и класс).